Синтез дискретной нечеткой цепи Маркова на основе многомерных временных рядов

Матвеев М. Г. e-mail: mgmatveev@yandex.ru[1]
Алейникова Н. А. e-mail: balbashovan@mail.ru[1]
Громковский А. А. e-mail: aag68@bk.ru[1]

[1]ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», г. Воронеж, Россия

Аннотация. *В работе исследуется подход к оценке нечетких состояний систем, представленных многомерными временными рядами, отражающими совокупность показателей. На основе временного ряда показателей реализован синтез дискретной нечеткой цепи Маркова. Для цепи Маркова каждого показателя по отдельности получены формулы расчёта элементов матрицы переходных вероятностей, которая является обычной стохастической матрицей. Рассчитаны предельные вероятности стационарных нечетких состояний системы. Решена задача агрегирования предельных вероятностей состояний системы с помощью интеграла Шоке на основе меры Сугено. В работе реализована численная апробация предложенных методов для системы, которая характеризуется временными рядами трех показателей.*

Ключевые слова: *моделирование принятия решений, цепи Маркова, нечеткие временные ряды, синтез сложных систем, нечеткое состояние объекта.*

Введение.

Марковские процессы принятия решений (МПР) являются полезным инструментом моделирования и поиска оптимальной политики в широком классе систем. Они применяются в таких областях, как теория массового обслуживания, управление запасами, компьютерная лингвистика и ряде других динамических систем. Одним из перспективных направлений развития теории МПР является ее применение для исследования нечетких состояний некоторой системы (объекта, явления, процесса). Нечеткие описания состояний по Л. Заде позволяют получить более реалистичный и гибкий механизм поддержки принятия решений на границах классических состояний, представленных классами эквивалентности. В этом направлении в мире выполняется множество теоретических и прикладных исследований, примерами которых могут служить работы [1-10].

В работе [1] предложен метод определения переходных вероятностей стохастической матрицы модели цепи Маркова, основанный на статистическом анализе временного ряда одного классификационного показателя нечетких состояний. Однако, в большинстве практических задач классификация состояний осуществляется на основе вектора показателей и соответствующих многомерных временных рядов их значений. При этом показатели, как правило, зависимы и взаимодействуют между собой. Предлагаемое исследование посвящено синтезу цепи Маркова нечетких состояний в условиях их векторных характеристик с учетом зависимости векторных компонент.

1. Оценка переходных вероятностей нечетких состояний.

Рассмотрим методику реализации модели цепи Маркова в пространстве нечетких состояний для скалярного признака состояния моделируемой системы. Это может быть осуществлено на основе замены многомерного временного ряда значений признаков состояний временным рядом одного показателя, например, посредством использования агрегирования.

Цепи Маркова отражают динамику изменения состояний системы, поэтому, нечеткое соответствие величины признака и нечеткого состояния необходимо определять в динамике. Для этого рассматривается временной ряд значений признака – $(x^0; x^1; ...; x^t; ...)$, в котором индекс t указывает дискретное время. Временной ряд значений признака формирует временной ряд нечетких состояний. Такой временной ряд является нечетким [2], и представляет собой упорядоченную по времени последовательность наблюдений некоторой системы со случайно изменяющимися состояниями, причем состояние в момент времени t определяется нечеткой переменной $\tilde{x}$.

Классические подходы моделирования нечетких временных рядов предполагают построение систем нечетких продукционных правил или реляционных уравнений [1, 3-9]. В данной работе построение модели нечеткого временного ряда реализовано в форме цепи Маркова. Решение этой задачи осуществлено с помощью реализации основных этапов известных методик, с учетом необходимой случайной компоненты.

Построение модели нечеткого временного ряда предполагает задание лингвистической шкалы в виде упорядоченного набора термов $(\tilde{x}_1; \tilde{x}_2; ...; \tilde{x}_s)$. Для этого определяется непрерывный отрезок $[a; b] \subseteq X$, содержащий все возможные значения уровней x^t исследуемого сегмента временного ряда. На основе нечеткого разбиения отрезка $[a; b]$

задается терм-множество состояний $(\tilde{x}_1;\tilde{x}_2;...;\tilde{x}_s)$, соответствующих допущениям:

– функции принадлежности $\mu_{\tilde{x}}(x)$ задаются в классе треугольных нормированных функций с единичной модой и нулевыми значениями на границах носителя;

– для равномерного покрытия отрезка носители смежных функций принадлежности $\mu_{\tilde{x}i}(x)$ реализуются на множестве $[a;b]$ в виде пересекающихся промежутков, в точках пересечений графиков функций принадлежности x^* должно выполняться соотношение $\mu_{\tilde{x}i-1}(x^*) = \mu_{\tilde{x}i}(x^*) = 0{,}5$.

Исследуется временной ряд признака $x^t = (x^0;x^1;...;x^n)$, уровни которого заданы дискретными значениями или интервалами (для непрерывного x) на отрезке $[a;b]$ и задана лингвистическая шкала, содержащая необходимое и достаточное количество термов описания нечетких состояний.

Нечеткий временной ряд состояний формируется на основе нечеткого соответствия $C: X \to \tilde{x}_i \big| \mu_{\tilde{x}i}(x)$, которое определяется в каждый момент времени t. Последовательная подстановка значений x^t в функции принадлежности $\mu_{\tilde{x}i}(x^t);\ i = 1,...,s;\ t = 0,...,n$ с учетом всех состояний, значения которых отличны от нуля, определит нечеткий вектор нечетких состояний в момент времени t:

$$\tilde{X}^t = (\tilde{x}_i^t \big| \mu_{\tilde{x}i}(x^t) \neq 0,\ i = 1;...;k). \qquad (1)$$

Соотношение (1) может рассматриваться в качестве уравнения наблюдения исследуемой системы [1].

Временные изменения значений признака x определяет динамику вариации нечетких состояний в форме стохастической последовательности векторов $(\tilde{X}^1;...;\tilde{X}^t;...)$. С учетом того, что временной ряд значений признака обладает марковским свойством, случайная последовательность нечетких состояний, в соответствие с алгоритмом ее формирования, тоже будет соответствовать свойству марковости. По классическим методикам [3, 4], можно утверждать, что за предыдущим состоянием $\tilde{x}_i^{t-1} \in \tilde{X}^{t-1}$ с определенной вероятностью следует состояние $\tilde{x}_j^t \in \tilde{X}^t$. Тогда на множестве состояний определяется нечеткое отношение $R_{ij}(t-1,t)=(\tilde{x}_i^{t-1},\tilde{x}_j^{t})$, формально представимое посредством нечеткой импликации $\tilde{x}_i^{t-1}\to\tilde{x}_j^{t}$. Данное нечеткое отношение можно рассматривать как нечёткое событие, так как оно формализует переход между состояниями.

Если в момент времени t происходит сразу нескольких нечетких событий, то они определяются прямым произведением нечетких векторов $R^{t-1,t}=\tilde{X}^{t-1}\times\tilde{X}^{t}$. Каждое бинарное отношение, задаваемое прямым произведением, будет иметь вид $\tilde{x}_i^{t-1}\to\tilde{x}_j^{t}\Big|\mu_{ij}$. Значение функции принадлежности определяется выражением:

$$\mu_{ij}=\min\left(\mu_{\tilde{x}i};\mu_{\tilde{x}j}\right). \qquad (2)$$

Наблюдаемые признаки состояния x можно рассматривать как случайные величины. Это обусловлено случайностью формирующих факторов и наличием погрешностей наблюдений. Тогда событие, состоящее в том, что наблюдаемый признак принял значение x^t, является случайным и задаётся вероятностью $p(x^t)\in[0;1]$. Так как нечеткое событие смены состояний задается с участием x^t, его также можно рассматривать как случайное событие. Сочетание двух разнородных видов неопределенности: нечеткости и случайности предполагает введение понятия нечеткого вероятностного пространства.

Согласно [5], нечеткое вероятностное пространство определяется тройкой $(\Omega,\sigma(\Omega),P(\tilde{A}))$, где Ω – множество нечетких случайных событий; $\sigma(\Omega)\subset 2^{\Omega}$ – сигма-алгебра на множестве Ω; $P(\tilde{A})$ – вероятность нечеткого случайного события $\tilde{A}\in 2^{\Omega}$. Нечеткое вероятностное пространство является обобщением классического вероятностного пространства.

Нечетким элементарным случайным событием $\tilde{A}_{ij}^{э}=(\tilde{x}_i^{t-1}\to\tilde{x}_j^{t})\Big|\mu_{ij}$ называют случайное событие перехода системы из нечеткого состояния $\tilde{x}_i$ в нечеткое состояние $\tilde{x}_j$ в момент времени t с мерой уверенности μ_{ij}. Случайный характер события $\tilde{A}_{ij}^{э}$ обусловлен случайной последовательностью значений признака; нечеткий характер $\tilde{A}_{ij}^{э}$ придает нечеткое отношение, импликация – $(\tilde{x}_i^{t-1}\to\tilde{x}_j^{t})\Big|\mu_{ij}$.

Нечеткие соответствия C в смежные моменты времени могут порождать однородные импликации, с различными значениями функции принадлежности:

$$\tilde{A}_{ij} = \{(\tilde{x}_i^{t_1-1} \to \tilde{x}_j^{t_1})\Big|\mu_{ij}^1; \ldots; (\tilde{x}_i^{t_k-1} \to \tilde{x}_j^{t_k})\Big|\mu_{ij}^k\}. \qquad (3)$$

Нечеткое событие $\tilde{A}_{ij}$ называют составным событием, отображающим все однородные переходы $\tilde{x}_i \to \tilde{x}_j$ на заданном промежутке временного ряда с разными значениями функций принадлежности $U_k(\tilde{x}_i \to \tilde{x}_j)\Big|\mu_{ij}^{kij}$.

Л. Заде [6] определил вероятность нечеткого события $\tilde{A}$ относительно распределения $p(\tilde{A})$ в виде следующего выражения:

$$P(\tilde{A}_{ij}) = \sum_k p(\tilde{A}_{ij}^{эk})\mu_{ij}^k. \qquad (4)$$

Соотношение (4) представляет взвешенное среднее вероятностей нечетких элементарных случайных событий, в качестве весов выступают функции принадлежности переходов из состояния в состояние на заданном временном промежутке.

Оценка распределения вероятностей $p(\tilde{A}_{ij}^{эk})$ получается на основе статистической вероятности. Можно представить все возможные нечеткие случайные события на множестве нечётких состояний $(\tilde{x}_1; \tilde{x}_2; \ldots; \tilde{x}_s)$ в форме матрицы размерности $s \times s$:

$$\begin{pmatrix} U_{k11}(\tilde{x}_1 \to \tilde{x}_1)\Big|\mu_{11}^{k11} & \ldots & U_{k1s}(\tilde{x}_1 \to \tilde{x}_s)\Big|\mu_{1s}^{k1s} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ U_{ks1}(\tilde{x}_s \to \tilde{x}_1)\Big|\mu_{s1}^{ks1} & \ldots & U_{kss}(\tilde{x}_s \to \tilde{x}_s)\Big|\mu_{ss}^{kss} \end{pmatrix}. \qquad (5)$$

Элементы матрицы (5) – это объединения однородных нечетких событий, являющихся результатами наблюдений. Пусть K_{ij} – количество однородных событий в объединении ij, это является максимальным значением индекса k_{ij}. Каждая строка матрицы (5) содержит полную группу событий. Количество элементарных нечетких событий каждой строки матрицы (5) определяется соотношением $K_i = \sum_{j=1}^{s} K_{ij}$ для всех i. В составе каждого однородного объединения ij можно выделить повторяющиеся элементарные события с одинаковыми значениями μ_{ij}^{k}. Количество таких событий обозначим как K_{ij}^{μ}. Тогда можно определить частость элементарного события $\tilde{A}_{ij}^{э} = (\tilde{x}_i^{t-1} \to \tilde{x}_j^{t})\Big|_{\mu_{ij}}$ в полной группе событий с помощью отношения:

$$w(\tilde{A}_{ij}^{эк}) = p(\tilde{A}_{ij}^{эк}) = \frac{K_{ij}^{\mu}}{K_i}. \tag{6}$$

На основе формулы (6) можно рассчитать вероятности (4) для нечетких случайных событий матрицы (5). Матрица вероятностей, соответствующая матрице (5), представима в виде:

$$\begin{pmatrix} P(\tilde{A}_{11}) & \dots & P(\tilde{A}_{1s}) \\ \dots & \dots & \dots \\ P(\tilde{A}_{s1}) & \dots & P(\tilde{A}_{ss}) \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Вероятности нечетких случайных событий $P(\tilde{A}_{ij})$ можно рассматривать как элементы стохастической матрицы переходов. В общем случае данные вероятности не удовлетворяют обязательному условию:

$$\forall\, i\, (\sum_j P_{ij} = 1). \tag{8}$$

Условие (8) будет выполняться после реализации нормировки P_{ij}:

$$\forall\, i \left(P_{ij} = \frac{P(\tilde{A}_{ij})}{\sum_j P(\tilde{A}_{ij})} \right). \tag{9}$$

С учетом этого, значения p_{ij} можно рассматривать как элементы стохастической матрицы переходов и интерпретировать как вероятности случайных нечетких событий – переход из нечеткого состояния $\tilde{x}_i$ в нечеткое состояние $\tilde{x}_j$. Дискретная модель цепи Маркова случайных нечетких состояний формально не отличается от классической формы записи:

$$\begin{pmatrix} p_1^{t+1} \\ \dots \\ p_n^{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{n1} \\ \dots & \dots & \dots \\ p_{1n} & \dots & p_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1^{t} \\ \dots \\ p_n^{t} \end{pmatrix}, \tag{10}$$

с начальным условием $(p_1^0, \dots, p_n^0)^T$.

Дискретные цепи Маркова можно использовать как для предсказания состояний системы в некоторый момент времени, так и для определения стационарных состояний системы. Такие состояния можно рассматривать как внутреннюю характеристику, статус системы. Исследуемая система, находится под внешними воздействиями, вызывающими изменения состояния. Внешние воздействия бывают двух типов. Первый тип - случайные, неконтролируемые воздействия в каждый момент времени t , вызывающие изменения предшествующих состояний p^t . Тогда $p^{t+1} = M^t p^t$, где p^t - результат аддитивного влияния предшествующего вычисления по рекуррентной процедуре в момент времени t и некоторого случайного воздействия. Второй тип – управляющие воздействия, изменяющие матрицу переходов. Если считать, что на заданном временном интервале ряда наблюдаемых значений выходной переменной системы x существуют воздействия первого типа, вызывающие случайные вариации этих значений. В данном случае случайным изменениям будут подвержены нечеткие состояния $\tilde{x}_i^t$. Матрица переходов на рассматриваемом временном промежутке не изменяется, что дает возможность определения стационарных состояний или статуса системы на данном интервале.

Для оценки статуса системы, представляющего совокупность вероятностей ее стационарных состояний $(p_1^c; p_2^c; \dots; p_n^c)$, следует решить систему (10) при наличии стационарности, которая представляется в виде $p^{t+1} = p^t$. Систему (10) можно записать в виде системы однородных линейных уравнений:

$$\begin{cases} (p_{11} - 1) p_1^t + \dots + p_{n1} p_n^t = 0, \\ \dots \\ p_{1n} p_1^t + \dots + (p_{nn} - 1) p_n^t = 0. \end{cases} \tag{11}$$

В матричном виде система (11) запишется как $(M^T - I)x^t = 0$, I – единичная матрица.

Для получения нетривиальных решений в системе (11) заменяют одно уравнение на уравнение нормировки, $p_1^t + p_2^t + \dots + p_n^t = 1$. Если определитель полученной таким образом системы уравнений не равен нулю, то искомое решение в виде вектора $(p_1^c; p_2^c; \dots; p_n^c)$ будет определять статус системы. Данное решение является характеристикой системы на исследуемом интервале времени.

2. Оценка статуса системы на основе многомерного временного ряда.

В большинстве практических задач динамика состояний системы представлена не временным рядом одного показателя, а совокупностью временных рядов различных показателей, характеризующих исследуемую систему с разных сторон. Например, если речь идет о диагностике болезни, то для классификации состояний больного используют временные ряды таких характеристик, как температура, давление, показатели анализа крови, мочи и т.д. На основе обобщения этих данных делают вывод о состоянии больного. Оценка успеваемости студента осуществляется на основе временных рядов динамики успеваемости (в баллах) по разным дисциплинам.

После определения предельных вероятностей состояний системы по каждому показателю в отдельности, возникает еще одна задача, связанная с их агрегированием. При этом следует учитывать взаимодействие показателей между собой. Какие-то показатели при взаимодействии друг с другом могут усиливать влияние на формирование состояний системы, какие-то наоборот ослаблять. В качестве примера рассмотрим оценку успеваемости студента технического ВУЗа. Если студент силен и в математике, и в информатике одновременно, очевидно он сможет решить и большее число задач, в том числе прикладных, а не только задачи по математике и информатике по отдельности. Это обязательно повлияет на оценку его успеваемости.

Необходимо учитывать, что при оценке того или иного состояния системы, разные показатели могут неодинаково влиять на эту оценку. Следовательно, при классификации состояний системы нужно предусмотреть использование весов различных показателей.

Таким образом, возникает задача агрегирования предельных вероятностей нечетких состояний системы с учетом взаимодействия классификационных показателей и их дифференцированного вклада.

В качестве такого оператора агрегирования, учитывающего все перечисленные требования, хорошо подходит оператор агрегирования Шоке по нечеткой мере Сугено [7].

Пусть по N временным рядам показателей, характеризующих систему, описанным выше методом получены векторы предельных вероятностей нечетких состояний системы:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{p}^{c(1)} = \left(p_1^{c(1)}, p_2^{c(1)}, \dots, p_s^{c(1)}\right),\\
&\mathbf{p}^{c(2)} = \left(p_1^{c(2)}, p_2^{c(2)}, \dots, p_s^{c(2)}\right),\\
&\dots\\
&\mathbf{p}^{c(N)} = \left(p_1^{c(N)}, p_2^{c(N)}, \dots, p_s^{c(N)}\right).
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Обозначим через $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$ веса показателей, их можно определить, например, экспертным путем.

Для получения обобщенного вектора предельных вероятностей состояний системы агрегирование будет производиться по каждой компоненте $i, i = \overline{1, s}$ по отдельности.

Нечеткая мера Сугено выражает субъективный вес или значимость каждого подмножества показателей и рассчитывается по формуле:

$$
\varphi(m) = \frac{\prod_{n \in m} (1 + \lambda\varphi_n) - 1}{\lambda} \in [0;1], \quad m \subseteq M, \tag{13}
$$

где M – множество показателей, m – произвольное подмножество M.

Значение λ находится из уравнения:

$$
\lambda + 1 - \prod_{n=1}^{N} (1 + \lambda\varphi_n) = 0, \tag{14}
$$

удовлетворяющего условиям $\lambda > -1, \lambda \neq 0$.

Тогда интеграл Шоке для нахождения агрегированной вероятности i - го предельного состояния, $i = \overline{1, s}$, рассчитывается по формуле:

$$
\begin{aligned}
p_i^{c,agr} &= \underset{n}{agr}\,[p_i^{c(n)}] = \\
&= \sum_{n=1}^{N} \left(p_i^{c\langle n \rangle} - p_i^{c\langle n-1 \rangle} \right) \cdot \varphi\left(m \Big/ p_i^{c(j)} \geq p_i^{c\langle n \rangle},\ j \in m \right),
\end{aligned}
\tag{15}
$$

где $p_i^{c\langle 1 \rangle}, p_i^{c\langle 2 \rangle}, \dots, p_i^{c\langle N \rangle}$ – перестановка элементов $p_i^{c(1)}, p_i^{c(2)}, \dots, p_i^{c(N)}$ такая, что $p_i^{c\langle 1 \rangle} \leq p_i^{c\langle 2 \rangle} \leq \dots \leq p_i^{c\langle N \rangle}$.

На основе данной процедуры агрегирования можно построить вектор $\mathbf{p}^{c,agr} = \left(p_1^{c,agr}, p_2^{c,agr}, \dots, p_s^{c,agr}\right)$.

3. Численная апробация оценки статуса системы на основе многомерного нечеткого временного ряда.

Исследуется три показателя по трём временным рядам их значений за 12 периодов: $x(1) = (5;\ 6;\ 6;\ 5;\ 6;\ 6;\ 5;\ 6;\ 6;\ 5;\ 6;\ 6)$, $x(2) = (2;\ 3;\ 3;\ 4;\ 5;\ 5;\ 6;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10)$, $x(3) = (10;\ 9;\ 8;\ 7;\ 6;\ 6;\ 5;\ 5;\ 4;\ 3;\ 3;\ 2)$.

Пусть система может находится в 4-х нечетких состояниях, лингвистическая шкала которых изображена на рисунке.

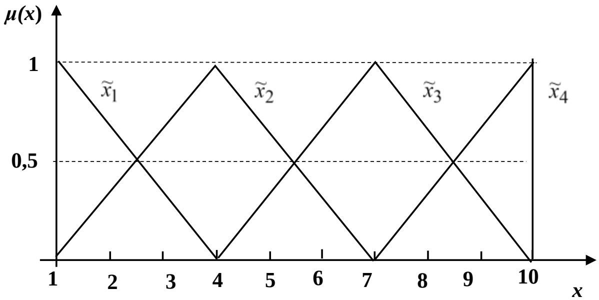

Рисунок. Лингвистическая шкала нечетких состояний системы

Рассчитаем среднее стационарных состояний для первого по порядку временного ряда. Матрица вероятностей переходов будет иметь вид:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}42 & 0{,}58 & 0 \\ 0 & 0{,}48 & 0{,}52 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Соответствующая система уравнений (11) примет вид:

$$\begin{cases} (0{,}42 - 1)\, p_2^c + 0{,}48\, p_3^c = 0, \\ p_2^c + p_3^c = 1. \end{cases} \quad (17)$$

Решение данной системы уравнений позволяет получить следующий вектор стационарных состояний $\mathbf{p}^c(1) = (0;\ 0{,}45;\ 0{,}55;\ 0)$.

Аналогично получаем решения систем уравнений для двух других исследуемых временных рядов $\mathbf{p}^c(2) = (0{,}06;\ 0{,}15;\ 0{,}36;\ 0{,}43)$ и $\mathbf{p}^c(3) = (0{,}38;\ 0{,}34;\ 0{,}20;\ 0{,}08)$.

Определим параметр λ для вычисления меры Сугено, предположив, что вес первого показателя $\varphi_1 = 0{,}6$, второго $\varphi_2 = 0{,}7$, третьего $\varphi_3 = 0{,}2$. Тогда, решая относительно λ уравнение

$$\lambda + 1 - (1 + \lambda \cdot 0{,}7)(1 + \lambda \cdot 0{,}6)(1 + \lambda \cdot 0{,}2) = 0,$$

при условии $\lambda > -1,\ \lambda \neq 0$, получим $\lambda \approx -0{,}82$.

Определим агрегированное значение предельной вероятности первого нечеткого состояния системы с помощью интеграла Шоке. Для этого предварительно упорядочим показатели по вероятностям первых состояний. Так как $0 < 0{,}06 < 0{,}38$, то показатели остаются в первоначальном порядке. Тогда мера Сугено для $m = \{1,2,3\}$ будет равна $\varphi(\{1,2,3\}) = 1$. Мера Сугено для $m = \{2,3\}$ – $\varphi(\{2,3\}) = \dfrac{(1 - 0{,}82 \cdot 0{,}6)(1 - 0{,}82 \cdot 0{,}2) - 1}{-0{,}82} \approx 0{,}702$. Мера Сугено для $m = \{3\}$ – $\varphi(\{3\}) = 0{,}2$.

С учетом найденных мер Сугено интеграл Шоке будет равен:

$$p_1^{c,agr} = (0 - 0)\cdot\varphi(\{1,2,3\}) + (0{,}06 - 0)\cdot\varphi(\{2,3\}) + (0{,}38 - 0{,}06)\cdot\varphi(\{3\}) =$$
$$= 0{,}06 \cdot 0{,}702 + 0{,}32 \cdot 0{,}2 = 0{,}106$$

Аналогично находим агрегированные значения предельных вероятностей остальных состояний системы:

$$p_2^{c,agr} = 0{,}376,\quad p_3^{c,agr} = 0{,}486,\quad p_4^{c,agr} = 0{,}266.$$

Полученные значения не нормированы. Для нормирования определим их сумму и поделим каждую вероятность на полученную сумму. Окончательно значения агрегированных вероятностей будут иметь значения:

$$p_1^{c,agr} = 0{,}086,\quad p_2^{c,agr} = 0{,}305,\quad p_3^{c,agr} = 0{,}394,\quad p_4^{c,agr} = 0{,}215.$$

Заключение.

В работе предложен метод построения дискретной нечеткой цепи Маркова. Определены формулы для элементов матрицы переходных вероятностей, рассчитаны предельные вероятности стационарных нечетких состояний системы. Решена задача агрегирования предельных вероятностей состояний системы с помощью интеграла Шоке на основе меры Сугено, при условии, что система характеризуются многомерными временными рядами показателей.

Численная апробация оценки статуса системы реализована на основе исследования системы, характеризуемой тремя показателями.

Действие этих показателей на оцениваемую систему неравное, поэтому был проведен весовой учёт влияния. С помощью установленных весов была определена мера Сугено, на основе которой рассчитан интеграл Шоке. Проведенные расчеты позволили оценить агрегированные вероятности четырех состояний системы.

Список литературы

1. Матвеев, М. Г. Дискретная однородная цепь Маркова для нечетких состояний / М. Г. Матвеев, Н. А. Алейникова, А. А. Громковский // Вестник Воронежского государственного университета, серия «Системный анализ и информационные технологии». – 2022. – № 4. – С. 119 - 131.
2. Ярушкина, Н. Г. Интеллектуальный анализ временных рядов / Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева, И. Г. Перфильева. – Ульяновск : УлГТУ, 2010. – 320 с.
3. Song, Q. Forecasting enrollments with fuzzy time series – Part I / Q. Song, B. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – №54 (1993). – P. 1 – 9.
4. Song, Q. Forecasting enrollments with fuzzy time series – Part II / Q. Song, B. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – №64 (1994). – P. 1 – 8.
5. Guixiang, W. Fuzzy Event Space and Probability Distribution of Probability Fuzzy Space / W. Guixiang, X. Yifeng, Q.Sen // Mathematics. – 2019. – № 7. – P. 542.
6. Zadeh, L. A. Probability measures and fuzzy events / L. Zadeh // J. Math. Anal. Appl. 23, 421 427 (1968).
7. Detyniecki, M. Mathematical Aggregation Operators and their Application to Video Querying: Thesis for the degree Docteur de l’Universite. Paris, 2000.
8. Леденева, Т. М. Формирование базы знаний на основе выделения типовых состояний сложной системы / Т. М. Леденева, М. А. Сергиенко, Е. А. Тихомирова // Вестник Воронежского государственного университета, серия «Системный анализ и информационные технологии». – 2020. – №1. – С. 140 – 151.
9. Batyrshin, I. Perception Based Time Series Data Mining for Decision Making / I. Batyrshin, L. Sheremetov // IFSA’07 Theoretical Advances and Applications of Fuzzy Logic, pp. 209 – 219.
10. Kosko, B. Neural Networks and Fuzzy Systems: a Dynamical Systems Approach to Machine Intelligence / B. Kosko (Prentice-Hill, 1992).